

Dowody w matematyce

ROZSZERZENIE A

45 minut · 15 punktów · 10 zadań

Imię i nazwisko _____

Data _____

Wynik ____/15

Część I zadania zamknięte

1 pkt za zadanie

W każdym zadaniu poprawna jest dokładnie jedna odpowiedź.

1 Dla dowolnych liczb dodatnich a i b zachodzi nierówność:

A $\sqrt{ab} \geq \frac{a+b}{2}$

B $\sqrt{ab} = \frac{a+b}{2}$

C $\sqrt{ab} \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$

D $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$

2 Równość średniej arytmetycznej i geometrycznej dwóch liczb dodatnich zachodzi dokładnie wtedy, gdy:

A $a + b = 1$

B $ab = 1$

C nigdy

D $a = b$

3 Dowód nie wprost zaczynamy od:**A** założenia, że teza jest prawdziwa**B** podania przykładu**C** założenia, że teza jest fałszywa**D** sprawdzenia przypadku szczególnego**4** Dla dowolnych liczb dodatnich a i b średnia kwadratowa jest:**A** nie mniejsza od średniej arytmetycznej**B** nie większa od średniej geometrycznej**C** równa średniej arytmetycznej**D** mniejsza od średniej arytmetycznej**5** Wyrażenie $a^2 + b^2 - 2ab$ jest równe:

A $(a+b)^2$

B $a^2 - b^2$

C $2(a-b)$

D $(a-b)^2$

Część II zadania otwarte**2 pkt za zadanie**

Zapisz pełne uzasadnienie. Za sam wynik bez uzasadnienia przyznaje się 1 punkt.

- 6** Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b zachodzi nierówność $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
Ustal, kiedy zachodzi równość.

- 7** Wykaż, że dla dowolnych liczb dodatnich a i b zachodzi nierówność $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$.

- 8** Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $n^3 - n$ jest podzielna przez 6.

- 9** Udowodnij, nie wprost, że liczba $\sqrt{2}$ jest niewymierna.

- 10** Wykaż, że w trójkącie prostokątnym wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego spełnia zależność $h^2 = p \cdot q$, gdzie p i q są długościami odcinków, na które ta wysokość dzieli przeciwprostokątną.

PO SPRAWDZIANIE

Któreś zadanie nie wyszło?

W kumamTO są krótkie lekcje wideo do każdego tematu z działu „Dowody w matematyce” i zadania rozwiązane krok po kroku. Nadrobisz to jeszcze dziś.

- Lekcje wideo pod podręcznik Nowa Era
- Rozwiązania krok po kroku, nie same wyniki
- Pytanie na forum, gdy utkniesz nad zadaniem



Zeskanuj telefonem

Pierwsze 3 lekcje za darmo · kumamto.pl

Dowody w matematyce

ROZSZERZENIE B

45 minut · 15 punktów · 10 zadań

Imię i nazwisko _____

Data _____

Wynik ____/15

Część I zadania zamknięte

1 pkt za zadanie

W każdym zadaniu poprawna jest dokładnie jedna odpowiedź.

1 Średnia kwadratowa liczb dodatnich a i b jest równa:

A $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$

B $\frac{a^2 + b^2}{2}$

C $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$

D $\sqrt{ab}$

2 Aby wykazać, że zdanie *dla każdej liczby naturalnej n liczba $n^2 + n + 41$ jest pierwsza* jest fałszywe, wystarczy:**A** sprawdzić wszystkie liczby naturalne**B** wskazać jedną liczbę n , dla której warunek nie zachodzi**C** wskazać liczbę, dla której warunek zachodzi**D** przekształcić wyrażenie do postaci iloczynowej**3** Dla każdej liczby dodatniej a zachodzi nierówność:

A $a + \frac{1}{a} \leq 2$

B $a + \frac{1}{a} \geq 2$

C $a + \frac{1}{a} = 2$

D $a + \frac{1}{a} \geq 1$

4 Implikacja *jeśli p , to q* jest fałszywa dokładnie wtedy, gdy:**A** p jest fałszywe, a q prawdziwe**B** oba zdania są fałszywe**C** oba zdania są prawdziwe**D** p jest prawdziwe, a q fałszywe**5** Nierówność $(a + b)^2 \geq 4ab$ wynika bezpośrednio z tego, że:

A $(a + b)^2 \geq 0$

B $a^2 + b^2 \geq 0$

C $(a - b)^2 \geq 0$

D $ab \geq 0$

Część II zadania otwarte

2 pkt za zadanie

Zapisz pełne uzasadnienie. Za sam wynik bez uzasadnienia przyznaje się 1 punkt.

- 6** Wykaż, że dla dowolnych liczb nieujemnych a i b zachodzi nierówność $a + b \geq 2\sqrt{ab}$.
Ustal, kiedy zachodzi równość.

- 7** Wykaż, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c zachodzi nierówność $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$.

- 8** Wykaż, że kwadrat liczby całkowitej niepodzielnej przez 3 daje przy dzieleniu przez 3 resztę 1.

- 9** Udowodnij, nie wprost, że jeśli kwadrat liczby całkowitej jest parzysty, to ta liczba jest parzysta.

- 10** Wykaż, że w trapezie równoramiennym przekątne mają równe długości.

PO SPRAWDZIANIE

Któreś zadanie nie wyszło?

W kumamTO są krótkie lekcje wideo do każdego tematu z działu „Dowody w matematyce” i zadania rozwiązane krok po kroku. Nadrobisz to jeszcze dziś.

- Lekcje wideo pod podręcznik Nowa Era
- Rozwiązania krok po kroku, nie same wyniki
- Pytanie na forum, gdy utkniesz nad zadaniem



Zeskanuj telefonem

Pierwsze 3 lekcje za darmo · kumamto.pl